

Informatik-Bericht Nr. 2006-1

Schriftenreihe Fachbereich Informatik, Fachhochschule Trier

Entwicklung eines Systems zur effizienten Lösung von Least-Squares-Problemen mit Nebenbedingungen für die Parameteroptimierung in TSK-Fuzzy-Systemen

Hermann Schloß und Heinz Schmitz

Fachhochschule Trier, Schneidershof, D-54293 Trier
schloss@fh-trier.de, schmitz@informatik.fh-trier.de

Kurzfassung. TSK-Fuzzy-Systeme werden zur Modellierung von komplexen linearen und nicht-linearen Systemen eingesetzt. Dabei werden einfache lineare Funktionen zu einer komplexen Funktion, die das Verhalten des zu modellierenden Systems beschreibt, zusammengefasst.

Die Identifikation eines TSK-Fuzzy-Systems basiert im Wesentlichen auf der Strukturidentifikation und der Parameteroptimierung. Für die Parameteroptimierung werden meistens Least-Squares-Algorithmen eingesetzt, die keine Nebenbedingungen an die Lösungsvektoren enthalten. Diese Algorithmen gewährleisten zwar die beste Approximation des Systemverhaltens (bezüglich der euklidischen Norm), verwehren aber jegliche Interpretationsmöglichkeit der ermittelten Lösung.

Um die Interpretierbarkeit der Lösungsparameter zu steigern, haben wir ein System zur Lösung von Least-Squares-Problemen *mit Nebenbedingungen* entwickelt. Die Ergebnisse unserer Arbeit werden am Beispiel eines TSK-Fuzzy-Systems für die Hochwasservorhersage diskutiert.

1 Einleitung

Hochwasser ist ein komplexer hydrologischer Prozess, dessen exakte mathematische Beschreibung sehr kompliziert ist. Die umgangssprachliche Beschreibung dieses Prozesses ist hingegen eher einfach. Immer dann, wenn wir die Funktionsweise eines Regelsystems mathematisch nur schwer, umgangssprachlich jedoch einfach erfassen können, bittet sich der Einsatz der *Fuzzy-Logik* an, die uns einen Formalismus zur Verfügung stellt, den menschlichen Sprachgebrauch mathematisch zu behandeln.

Das *Institut für Innovative Informatik-Anwendungen*¹ (i3A) verwendet ein so genanntes *TSK-Fuzzy-System*, um den Hochwasserprozess zu modellieren und Hochwasserereignisse vorherzusagen. Ein solches System, das wir in Abschnitt 2

¹ http://www.i3a.fh-trier.de/index_de.html

beschreiben, wird iterativ aufgebaut. Dabei werden zuerst bei der Strukturidentifikation die Ein- und Ausgangsgrößen sowie der Verlauf von Zugehörigkeitsfunktionen (Fuzzy-Mengen) festgelegt. Dann findet in einer weiteren Phase die Parameteroptimierung statt. Die Algorithmen, die für die Parameteroptimierung verwendet werden können, beschreiben wir in Abschnitt 3.

Die Ergebnisse unserer Arbeit stellen wir in Abschnitt 4 vor, indem wir die Approximationsgüte sowie die Interpretierbarkeit der Lösungen von Least-Squares-Algorithmen, mit bzw. ohne Nebenbedingungen, am Beispiel der Hochwasservorhersage gegenüberstellen.

2 TSK-Fuzzy-Systeme

Das Verfahren der Fuzzy-Inferenz, das von Takagi, Sugeno und Kang vorgestellt wurde (TSK), ist zur Zeit eines der wichtigsten Verfahren für Fuzzy-Steuerungen [12]. Die Idee dabei ist, den Raum der Eingangsgrößen in bestimmte Teilbereiche mit „ähnlichen“ Eigenschaften aufzuteilen und das Systemverhalten in diesen Teilbereichen auf eine einfache Art und Weise zu modellieren. Das Besondere an TSK-Fuzzy-Systemen liegt darin, dass die Ausgangsgröße anhand einer Linearkombination der Eingangsgrößen bestimmt wird und somit gleich als ein reeller Wert vorliegt.

Bezeichnet man mit

- x_1, x_2, \dots, x_m die Eingangsgrößen in der Prämisse (z.B.: Geschwindigkeit, Beschleunigung, ...),
- $A_1^j, A_2^j, \dots, A_m^j$, die linguistischen Terme (z.B.: *hoch*, *mittel*, ...) der j -ten Regel,
- $p_1^j, p_2^j, \dots, p_m^j$, die Konklusionsparameter der j -ten Regel,

so hat eine aus n Regeln im TSK-Regelformat bestehende Regelbasis mit m Eingangsgrößen x_i die folgende Struktur:

$$R_1 : \text{WENN } x_1 = A_1^1 \text{ UND } x_2 = A_2^1 \text{ UND } \dots \text{ UND } x_m = A_m^1 \\ \text{DANN } y_1 = p_0^1 + p_1^1 \cdot x_1 + \dots + p_m^1 \cdot x_m$$

⋮

$$R_n : \text{WENN } x_1 = A_1^n \text{ UND } x_2 = A_2^n \text{ UND } \dots \text{ UND } x_m = A_m^n \\ \text{DANN } y_n = p_0^n + p_1^n \cdot x_1 + \dots + p_m^n \cdot x_m$$

Das Gesamtergebnis y_{res} ergibt sich dabei zu

$$y_{res} = \sum_{i=1}^n \beta^i \cdot (p_0^i + p_1^i \cdot x_1 + \dots + p_m^i \cdot x_m), \quad (1)$$

wobei β^i den Erfüllungsgrad der i -ten Regel darstellt [6]. Diese Gleichung können wir als Vektor-Produkt

$$y_{res} = f(x) \cdot p$$

umschreiben, wobei

$$f(x) = (\beta^1, \dots, \beta^n \mid \beta^1 \cdot x_1, \dots, \beta^n \cdot x_1 \mid \dots \mid \beta^1 \cdot x_m, \dots, \beta^n \cdot x_m)$$

und

$$p = (p_0^1, \dots, p_0^n \mid p_1^1, \dots, p_1^n \mid \dots \mid p_m^1, \dots, p_m^n)^T$$

gilt. Wenn wir anstelle eines Messwertes eine Messreihe vorliegen haben ($y \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ und $X \in \mathbb{R}^{N \times m}$), dann erhalten wir ein lineares Gleichungssystem

$$y = F(X) \cdot p$$

zur Berechnung des unbekannt Parametervektors p . Ist die Anzahl der Messwerte größer als die Dimension des Parametervektors p , dann ist das Gleichungssystem überbestimmt und nicht lösbar. In diesem Fall liegt ein so genanntes Least-Squares-Problem (siehe Abschnitt 3) vor, dessen Lösung eine bestmögliche Approximation für das Gleichungssystem bezüglich der euklidischen Norm darstellt [6].

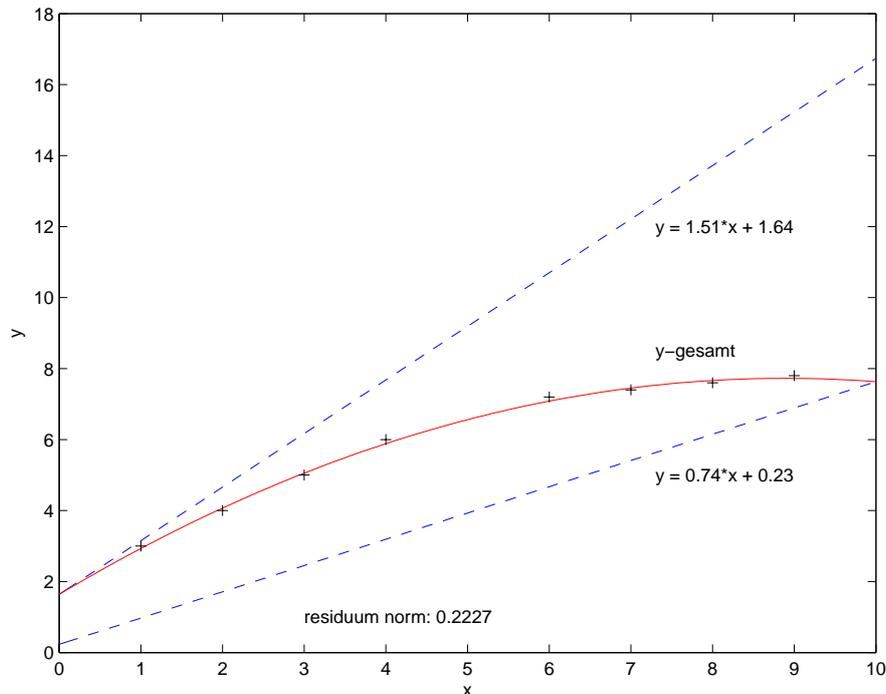


Abbildung 1. Approximation einer Messreihe

Die Abbildung 1 stellt eine solche Approximation, die anhand von vorliegenden Modellierungspunkten ermittelt wurde, dar. Daran können wir erkennen, dass die Ergebnisfunktion (*y-gesamt*) die Modellierungspunkte sehr gut (optimal bezüglich der euklidischen Norm) approximiert. Wir erkennen gleichzeitig aber auch, dass die beiden Konklusionsfunktionen $y_1 = 1.64 + 1.51 \cdot x$ und $y_2 = 0.23 + 0.74 \cdot x$ nicht die tatsächliche Anordnung von Messwerten beschreiben. Wir stellen also fest, dass wir anhand der Konklusionsfunktionen keine anwendungsbezogene Interpretationsmöglichkeit haben.

Um die Interpretierbarkeit der Lösung zu steigern, können wir bestimmte Nebenbedingungen (Nichtnegativität, obere bzw. untere Schranke) an den Lösungsvektor p stellen und damit erzwingen, dass die ermittelten Parameter in einem bestimmten Wertebereich liegen. Die Approximationsgüte bei einer Lösung mit Nebenbedingungen ist jedoch meistens schlechter, da durch die Nebenbedingungen der Lösungsraum eingeschränkt wird. Der Grad der Aufnahme von Nebenbedingungen stellt einen trade off zwischen der Interpretierbarkeit der Lösung und der Approximation des Systemverhaltens dar.

3 Parameteroptimierung

Da bei der Parameteroptimierung in den TSK-Fuzzy-Systemen die Matrix F überbestimmt ist, suchen wir eine Approximation p , so dass die Summe der Fehlerquadrate (euklidische Norm) minimal wird. Diese Problemstellung kann als ein Least-Squares-Problem aufgefasst werden.

Definition 1. (LSQ) Gegeben seien eine Matrix $F \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und ein Vektor $y \in \mathbb{R}^m$ mit $m > n$. Gesucht ist ein Vektor $p \in \mathbb{R}^n$, so dass

$$\min_p \|Fp - y\| \quad (2)$$

gilt. Dieses Problem wird als unrestringiertes lineares Least-Squares-Problem (LSQ), F als Ausgleichsmatrix und p als Least-Squares-Lösung bezeichnet.

Das LSQ-Problem hat immer eine eindeutige Lösung, wenn die Ausgleichsmatrix F vollen Rang hat [10]. Wenn die Matrix F jedoch keinen vollen Rang aufweist, ist die Lösung nicht mehr eindeutig und wird somit zu einer Lösungsmenge P . In diesem Fall wird die Lösung dadurch bestimmt, dass innerhalb der Lösungsmenge P eine Lösung p mit der kleinsten euklidischen Norm

$$\min_{p \in P} \|p\|$$

ausgewählt wird.

Hat die Matrix F des zu lösenden LSQ-Problems vollen Rang, dann kann das LSQ-Problem mit einer *QR-Zerlegung* gelöst werden. Die unterschiedlichen Varianten (Gram-Schmidt, Householder, Givens) zur Bestimmung einer QR-Zerlegung sind in [5], [2] und [10] beschrieben.

Hat die Ausgleichsmatrix jedoch keinen vollen Rang, ist eine Lösung des LSQ-Problems unter der Verwendung der *Singulärwertzerlegung* (SVD) möglich. Näheres zur Bestimmung einer Singulärwertzerlegung findet sich in [8] und [9].

Weitere Verfahren, wie *Pseudoinverse* [3] oder *Normalengleichung* [10] sind aufgrund der schlechten numerischen Stabilität nicht für die Bestimmung der Least-Squares-Lösung p zu empfehlen.

In den Abschnitten 3.1 und 3.2 stellen wir zwei restringierten Least-Squares-Probleme vor und diskutieren deren Lösungsansätze.

3.1 NNLS-Problem

Da es bei vielen Prozessen in der Natur oft keine negativen Größen gibt, hat sich die Nichtnegativität der Lösungsparameter als eine sinnvolle Nebenbedingung erwiesen. Im Folgenden definieren wir ein Least-Squares-Problem, das die Nichtnegativität der Lösungsparameter berücksichtigt.

Definition 2. (NNLS-Problem) Gegeben seien eine Matrix $F \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und ein Vektor $y \in \mathbb{R}^m$ mit $m > n$. Gesucht ist ein Lösungsvektor $p \in \mathbb{R}^n$ mit:

$$\min_p \{\|Fp - y\| \mid p \geq 0\}$$

Dieses Problem wird als lineares Least-Squares-Problem mit Nichtnegativitätsrestriktionen (NNLS) bezeichnet.

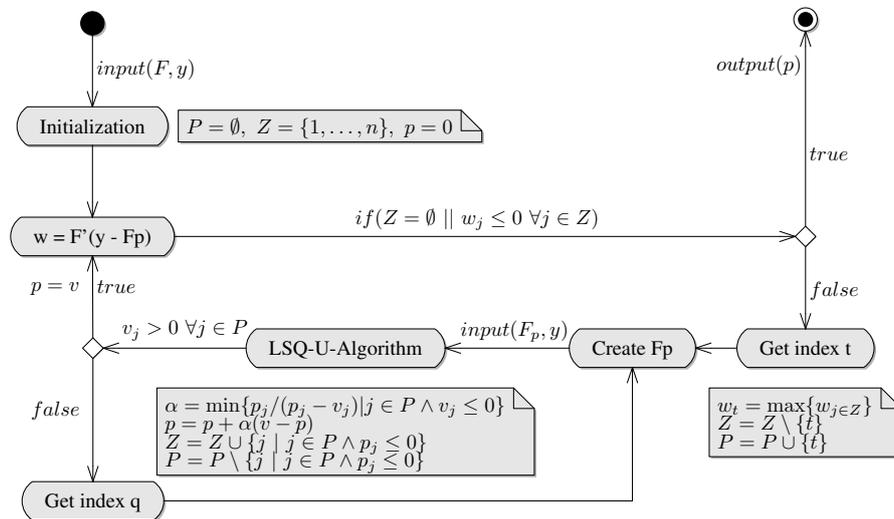


Abbildung 2. NNLS-Algorithmus

Die Abbildung 2 stellt den NNLS-Algorithmus, der die Lösung des NNLS-Problems iterativ bestimmt und in [9] vorgestellt wurde, in Form eines Aktivitätsdiagramms dar. Dabei wird in jedem Schritt zuerst ein Element p_t bestimmt, das als nächstes in die Lösung aufgenommen werden sollte. Danach wird ein LSQ-Problem konstruiert, dessen Ausgleichsmatrix aus den Spalten der Matrix F besteht, die bereits in der nichtnegativen Lösung enthalten sind, sowie die Spalte F_t enthält und ansonsten mit Nullen gefüllt ist. Man bestimmt anschließend die Lösung des LSQ-Problems und prüft, ob die Lösungsparameter nach wie vor nicht negativ sind. Sind sie es, dann geht der Algorithmus zum nächsten Iterationsschritt, ansonsten müssen zuvor die negativen Elemente eliminiert werden. Der NNLS-Algorithmus terminiert, wenn keine weiteren nichtnegativen Elemente in die Lösung eingefügt werden können. Die Lösung, die vom NNLS-Algorithmus zurückgeliefert wird, ist optimal bezüglich der euklidischen Norm unter Berücksichtigung der Nichtnegativitätsnebenbedingung.

3.2 LSI-Problem

Die Angabe einer oberen bzw. unteren Schranke für die Lösungsparameter stellt eine weitere Einschränkung des Lösungsraums dar, bringt jedoch auch Vorteile bei der Interpretierbarkeit, weil dadurch bestimmte Erfahrungswerte berücksichtigt werden können. Das Problem, das die Definition einer oberen bzw. unteren Schranke ermöglicht, wird im Folgenden definiert.

Definition 3. (LSI-Problem) Seien eine Matrix $F \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und ein Vektor $y \in \mathbb{R}^m$ mit $m > n$ sowie eine Nebenbedingungs-Matrix $G \in \mathbb{R}^{k \times n}$ und ein Nebenbedingungs-Vektor $h \in \mathbb{R}^k$ gegeben. Gesucht ist ein Lösungsvektor $p \in \mathbb{R}^n$ mit:

$$\min_p \{ \|Fp - y\| \mid Gp \geq h \}$$

Dieses Problem wird als lineares Least-Squares-Problem mit Ungleichungsrestriktionen (LSI) bezeichnet.

Es existiert eine Vielzahl an Lösungsalgorithmen für das LSI-Problem. Wir haben uns für die so genannte *Transformationsmethode* entschieden, die in [9] beschrieben wurde. Die Abbildung 3 skizziert die Lösung des LSI-Problems unter Verwendung der Transformationsmethode in Form eines Aktivitätsdiagramms.

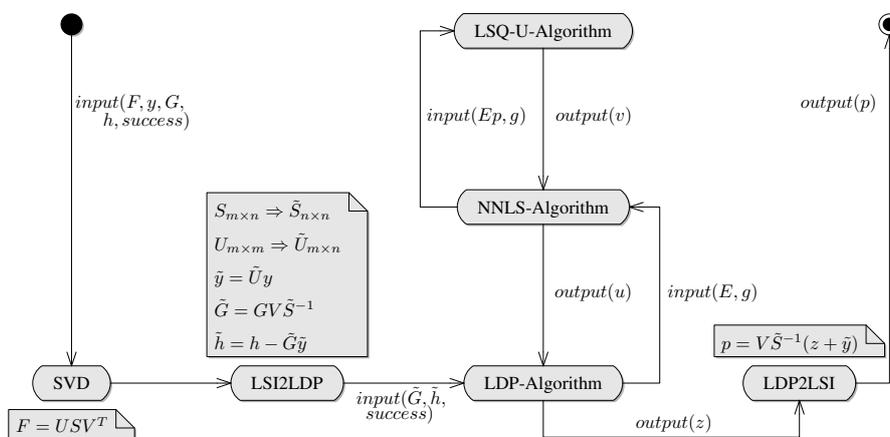


Abbildung 3. LSI-Algorithmus

Dabei wird zuerst die Ausgleichsmatrix F mit Hilfe der Singulärwertzerlegung in ihr orthogonalen Komponenten U , S und V zerlegt. Danach wird anhand der Algorithmuseingabe und der SVD-Zerlegung eine gültige Eingabe für den *LDP-Algorithmus*², der ebenfalls in [9] vorgestellt wurde, konstruiert. Der LDP-Algorithmus greift bei der Bestimmung seiner Lösung auf den NNLS-Algorithmus zu. Aus der Lösung des LDP-Problems können wir dann die Lösung des LSI-Problems bestimmen. Die Lösung, die vom LSI-Algorithmus zurückgeliefert wird, ist optimal unter Berücksichtigung der gestellten Nebenbedingungen.

² Least Distance Programming

4 Ergebnisse

Nach Integration der Solist-Software in das bestehende TSK-Fuzzy-System, das für die Hochwasservorhersage verwendet wird, haben wir die Lösungen der LSQ-, NNLS- und LSI-Algorithmen bezüglich folgender Bewertungskriterien miteinander verglichen:

- Laufzeit und Least-Squares-Güte (Modellierungsdaten)
- Vorhersagequalität
- Interpretierbarkeit der Lösungsparameter

Bei der Lösung des LSI-Problems haben wir für alle Parameter gefordert, dass deren Werte größer oder gleich 0 und kleiner oder gleich 1 sind, da alle Größen, die für die Veränderung des Pegelstands verantwortlich sind (Niederschlag, momentan anliegender Abfluss) sich höchstens zu einem Grad 1 auf den vorherzusagenden Pegelstand auswirken [4].

Erwartungsgemäß konnten wir einen Anstieg in der Laufzeit bei restringierten Algorithmen feststellen. Wegen der polynomialen Laufzeit dieser Algorithmen kann der Laufzeitanstieg jedoch vernachlässigt werden. Außerdem konnten wir unsere Vermutung, dass der LSQ-Algorithmus die Modellierungsdaten im Least-Squares-Sinne am besten approximiert, bestätigen.

Die beste Least-Squares-Approximation von Modellierungsdaten bedeutet aber nicht gleichzeitig die beste Vorhersagequalität, denn zum Einen ist die Least-Squares-Norm nur eine der möglichen Bewertungskriterien und zum Anderen sollte man zur Bewertung der Vorhersagequalität nicht die Modellierungsdaten selbst verwenden. Deshalb haben wir zur Bewertung der Vorhersagequalität die Parameter anhand von Modellierungsdaten bestimmt und die Qualität der Vorhersage anhand anderer Testdaten bewertet.

Bei allen Vergleichen (Laufzeit, Güte, ...) beziehen wir uns auf ein Modell für die Hochwasservorhersage in Saarburg. Die Ausgleichsmatrix dieses Modells besteht aus 5977 Zeilen und 222 Spalten. Für die Beurteilung der Vorhersagequalität wurden außerdem noch weitere Modelle (Trier, Hentern, Sieg) betrachtet.

4.1 Vorhersagequalität

Mit einer Hochwasservorhersage versucht man den Pegel (Abfluss) eines Flusses unter Berücksichtigung äußerer Einflüsse über Stunden vorauszusagen. Für die Erstellung von Vorhersagen werden die Lösungsparameter zuerst anhand von Modellierungsdaten mit Hilfe von Least-Squares Algorithmen bestimmt. Die Vorhersage wird dann anhand von nicht trainierten Testdaten erstellt.

Um eine große Datenmenge von Testdaten zu erhalten, haben wir die Ausgleichsmatrizen und die Ergebnisvektoren historischer Daten in Modellierungsdaten und Testdaten aufgeteilt. Zur Bestimmung des Lösungsvektors werden dabei jeweils die Modellierungsdaten und zur Bewertung der Vorhersagequalität die Testdaten verwendet.

Die Tabelle 1 zeigen eine Gegenüberstellung der Optimierungsverfahren bezüglich der Least-Squares-Güte, des relativen mittleren Fehlers-Betrages $|\overline{F_v}|$, des relativen mittleren Fehlers $\overline{F_v}$ und der Standardabweichung σ am Beispiel eines Hochwasservorhersage-Modells auf.

Verfahren	$\ \cdot\ $	$ \overline{F_v} $	$\overline{F_v}$	σ
LSQ:	34.3678	3.17584	0.504764	5.54403
NNLS:	19.3872	2.70537	0.162544	3.86214
LSI:	17.8837	2.62863	0.101665	3.76686

Tabelle 1. Trainingsdaten: 3000×222 Testdaten 2977×222

Bei diesem Vergleich sind die Vorteile bei allen Bewertungskriterien auf der Seite der LSI-Vorhersage. Die NNLS-Vorhersage ist in jedem Punkt schlechter als die LSI- und besser als die LSQ-Vorhersage. Diese Tendenz wurde auch an weiteren Beispielen bestätigt.

Obwohl die LSI-Lösungen meistens die besten Ergebnisse im Vergleich erzielen, können wir daraus nicht ableiten, dass die LSI-Lösungen grundsätzlich besser als die LSQ-Lösungen sind. Eine Ursache für die schlechteren LSQ-Ergebnisse im Vergleich kann darin liegen, dass die LSQ-Lösung zu sehr an den Modellierungsdaten ausgerichtet ist, die unter anderem fehlerbehaftet sein können oder „Ausreißer“ enthalten, wo hingegen die NNLS- und LSI-Lösungen durch ihre Restriktionen eher das tatsächliche Pegelstand(Abfluss)-Verhalten modellieren und somit bei unbekannt Daten bessere Ergebnisse erzielen. Wenn wir jedoch voraussetzen können, dass keine fehlerhaften Daten vorliegen, können wir bei der LSQ-Vorhersage auch gute (evtl. die besten) Ergebnisse bei unbekannt Daten erwarten. Umgekehrt können die Nichtnegativität bzw. die falsch gewählten Restriktionen die NNLS- bzw. LSI-Lösungen unbrauchbar machen.

Es sind noch weitere umfangreiche Tests und Gegenüberstellungen (vor allem im praktischen Einsatz) notwendig, um eine fundierte Bewertung abgeben zu können. Die im Vorfeld befürchtete Verschlechterung in der Vorhersagequalität bei der Verwendung von NNLS- und LSI-Algorithmen blieb jedoch aus.

4.2 Interpretierbarkeit

Die Transparenz des Systemverhaltens spielt eine bedeutende Rolle bei den TSK-Fuzzy-Systemen. Deshalb ist es wichtig, interpretierbare Lösungen bei der Parameteroptimierung zu erhalten. In diesem Abschnitt geht es uns darum zu bewerten, wie gut die Konklusionsparameter, die mit Hilfe der LSQ-, NNLS- und LSI-Algorithmen bestimmt werden, das tatsächliche Verhalten innerhalb einer einzigen Regel beschreiben (sog. lokale Interpretierbarkeit).

Die Bewertungsfunktion, die im Allgemeinen zur Bestimmung der Interpretationsgüte einer lokalen Lösung verwendet wird, wurde in [11] vorgestellt und hat die Form

$$OF_{local} = \sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^N \beta_i^k (f_i^k p_i - y^k)^2 \quad (3)$$

Dabei entspricht L der Anzahl der TSK-Fuzzy-Regeln und N der Anzahl der Datensätze. Die Gewichtung β_i^k ist der gemittelter Erfüllungsgrad der i -ten Regel.

Um eine Aussage über die lokale Interpretierbarkeit von restringierten und nicht-restringierten Least-Squares-Algorithmen machen zu können, haben wir deren Lösungen bezüglich der Bewertungsfunktion (3) verglichen. Dabei haben wir folgenden Aufteilungen an einem Vorhersagemodell vorgenommen:

- Modell 1: Modellierungsdaten (5000×222) und Testdaten (977×222)
- Modell 2: Modellierungsdaten (3000×222) und Testdaten (2977×222)
- Modell 3: Modellierungsdaten (3997×222) und Testdaten (2000×222)

Die Bestimmung der Lösung erfolgte wie vorher anhand von Modellierungsdaten und die Bewertung der Lösung anhand von Testdaten.

Verfahren	Modell 1	Modell 2	Modell 3
LSQ:	4821.51	25137.9	7660.64
NNLS:	4763.23	23543.9	7423.71
LSI:	4742.18	23303.7	7405.91

Tabelle 2. Lokale Interpretierbarkeit

Die Tabelle 2 stellt die Ergebnisse dieser Gegenüberstellung dar. Der LSI-Algorithmus zeigt im Vergleich dieser Modelle die beste lokale Interpretierbarkeit. Auch der NNLS-Algorithmus weist ein besseres lokales Verhalten als der LSQ-Algorithmus auf. Daraus können wir folgern, dass die Konklusionsfunktionen von restringierten Algorithmen das Verhalten innerhalb einer Regel besser beschreiben.

5 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit haben wir eine Komponente für die Parameteroptimierung in einem TSK-Fuzzy-System entwickelt. Die Parameteroptimierung kann je nach Anforderungen mittels LSQ-, NNLS- oder LSI-Algorithmus durchgeführt werden.

Der unrestringierte LSQ-Algorithmus bestimmt anhand von Modellierungsdaten die beste Approximation an diese Modellierungsdaten im Least-Squares-Sinne. Zu den Vorteilen des Algorithmus zählen seine geringe Laufzeit und die sehr gute Vorhersagequalität. Als Nachteil können wir die Nichtinterpretierbarkeit der Lösung angeben.

Alternativ kann der NNLS-Algorithmus, dessen Lösung keine negativen Werte enthält, zur Parameteroptimierung eingesetzt werden. Dem Anstieg in der Laufzeit im Vergleich zum LSQ-Algorithmus steht eine Steigerung in der Interpretierbarkeit der Lösung gegenüber. Die Vorhersagequalität liegt auf dem hohen Niveau der LSQ-Lösung.

Beim LSI-Algorithmus können sowohl eine obere als auch eine untere Schranke angegeben werden. Der LSI-Algorithmus weist dabei eine höhere, aber noch tolerierbare Laufzeit auf als die beiden anderen Algorithmen. Neben einer guten Vorhersagequalität, die bei den meisten Tests sogar besser als die NNLS- und LSQ-Vorhersagen war, erzielt die LSI-Lösung auch die beste lokale Interpretierbarkeit.

Anstelle von restringierten Least-Squares-Algorithmen, die wir in unserer Arbeit für die Parameteroptimierung verwendet haben, werden in der Praxis auch andere Verfahren eingesetzt, um interpretierbare Konklusionsparameter zu erhalten. In [12] ist ein Verfahren beschrieben, bei dem lokale und globale Interpretierbarkeit der Lösung durch einen Parameter gewichtet werden können. Für unsere Probleminstanzen mit Tausenden von Datensätzen ist dieses Verfahren jedoch praktisch nicht anwendbar. Ein weiteres Verfahren verwendet *Multikriterien-Optimierung*³ und ist in [7] vorgestellt. Ob und inwiefern dieser Ansatz für die Parameteroptimierung im Rahmen der Hochwasservorhersage geeignet ist, muss noch in weiteren Arbeiten untersucht werden.

Eine Möglichkeit, die Interpretierbarkeit der Lösungsparameter zu steigern, verbirgt sich auch in der Festlegung der Form von Fuzzy-Mengen [1]. Deshalb soll die Bestimmung einer hinsichtlich Interpretierbarkeit und Approximationsgüte optimalen Form von Fuzzy-Mengen in weiteren Arbeiten behandelt werden, um in Verknüpfung mit restringierten Algorithmen neben einer guten globalen Approximation auch ein besser interpretierbares lokales Verhalten zu erzielen.

³ Multiobjective Optimization

Literatur

1. BABUSKA, ROBERT: *Construction of Fuzzy Systems*. European Symposium on Intelligent Techniques, ESIT, 2000.
2. BJOERK, AEKE: *Numerical Methodes for Least Squares Problems*. Philadelphia, SIAM, ISBN 0-89871-360-9, 1996.
3. CORMEN, THOMAS H., CHARLES E. LEISERSON und RONALD L. RIVEST: *Introduction to Algorithms*. ISBN 0-262-03141-8, 1990.
4. ENGEL, HEINZ: *Hochwasser - Natur im Überfluss?* C.F Müller Verlag, 1997.
5. GUTKNECHT, MARTIN: *Lineare Algebra für Informatiker*. Vorlesungsskript, ETH-Zürich, 2003.
6. HECKENTHALER, THOMAS: *Systematischer Entwurf fast-zeitoptimaler Fuzzy-Regelungen*. Shaker Verlag, Aachen, 1996.
7. JOHANSEN, TOR A. und ROBERT BABUSKA: *Multiobjective Identification of Takagi Sugeno Fuzzy Models*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2003.
8. KOCH, H.: *Singulärwertzerlegung und Pseudoinverse*. Vorlesungsskript, Universität Dortmund, 2003.
9. LAWSON, CHARLES L. und RICHARD J. HANSON: *Solving Least Squares Problems*. Philadelphia, SIAM, ISBN 0-89871-356-0, 1995.
10. WEINHOLD, JENS-OLE und ANDREAS MEISTER: *Effiziente Lösung restringierter Least-Squares-Probleme zur Parameteroptimierung in TSK-Fuzzy-Systemen*. Diplomarbeit, Universität zu Lübeck, 2003.
11. YEN, JOHN und CHARLES WAYNE GILLESPIE: *Integrating global and local evaluations for fuzzy model identification using generic algorithms*. International Fuzzy Systems Association World Congress (IFSA '95), 1995.
12. YEN, JOHN, LIANG WANG und CHARLES WAYNE GILLESPIE: *Improving the Interpretability of TSK Fuzzy Models by Combining Global and Local Learning*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1998.